CALCUL D'OUVRAGES GEOTECHNIQUES POUR LES GRANDS NOMBRES DE CYCLES – METHODES DE « SAUTS DE CYCLES »

HIGH CYCLIC LOADING GEOTECHNICAL DESIGN – CYCLE EXPLICIT METHOD

Jianping CAO(1), Sébastien BURLON(2), Hussein MROUEH(1)
1 Laboratoire de Génie Civil et de géo-Environnement, USTL, Villeneuve d'Ascq, France,
2 Laboratoire Régional des Ponts et Chaussées de Lille, Haubourdin, France,

RÉSUMÉ – Cet article comporte la présentation d'une loi de comportement cyclique pour les interfaces. L'exemple d'un pieu chargé axialement est analysé pour cerner les possibilités de cette loi de comportement sur un ouvrage réel. A partir de cet exemple, une méthode de « sauts de cycles » permettant des économies conséquentes de temps de calcul est présentée.

ABSTRACT – A cyclic constitutive interface model is investigated in this paper. An axially loaded pile is presented in order to illustrate this model particularly the accumulation of strain. Based on this example, a high-cycle explicit method is developed to reduce computational time significantly.

1. Introduction

La prise en compte des sollicitations cycliques est une composante essentielle du dimensionnement de certains ouvrages géotechniques comme les éoliennes ou les plate-formes off-shore. Le travail réalisé propose, dans le cadre de pieux chargés axialement, une méthode générale permettant d'envisager des calculs à très grand nombre de cycles.

Cette méthode nécessite une loi de comportement pour les interfaces permettant de reproduire les phénomènes suivants : radoucissement ou durcissement cyclique, relaxation, adaptation ou rochet (Lemaître et Chaboche, 1985).

Elle intègre aussi une stratégie réduisant de manière conséquente les temps de calcul. Son principe consiste à extrapoler le comportement d'un ouvrage sans réaliser le calcul cycle par cycle. Deux exemples d'application sont proposés dont celui d'un pieu chargé axialement.

2. Présentation d'une loi de comportement pour les chargements cycliques

2.1 Présentation de la loi

La loi de comportement présentée dans cet article est celle proposée par Shahrour et Rezaie (1997). Elle est basée sur les principes de l'élastoplasticité. L'incrément de déplacement tangentiel relatif du_t est décomposé en une partie élastique du_t^e et une partie plastique du_t^p.

Le comportement élastique est régi par les deux relations suivantes :

$$d\sigma_n = K du_n^e \text{ et } d\tau = G du_t^e \qquad (1) \text{ et } (2)$$

Avec : $d\sigma_n$ et $d\tau$ les incréments de contrainte normale et tangentielle, du_n^e et du_t^e les incréments de déplacement normal et tangentiel élastique et K et G les paramètres élastiques.

Le comportement plastique est régi par l'existence d'une surface limite qui restreint les états pouvant être atteints par l'interface et d'une surface de charge à écrouissage cinématique non linéaire dont la position est définie par rapport à un axe de référence qui dépend de l'histoire de chargement.

La surface limite est définie par les relations suivantes :

$$f_m = |\tau| + \sigma_n R_{max} \text{ et } R_{max} = \tan(\varphi) + DR\left(1 - e^{-ADR\gamma_t^p}\right) \qquad (3) \text{ et } (4)$$

$$\text{ou : } f_m = |\tau| + \sigma_n R_{max} \text{ avec } dR_{max} = -DR.ADR.e^{-ADR\gamma_t^p}\left|du_t^p\right| \text{ et } R_{max}(0) = \tan(\varphi) \qquad (5) \text{ et } (6)$$

avec : φ l'angle de frottement au premier cycle, γ_t^p le déplacement tangentiel plastique cumulé, DR un paramètre obtenu en comparant les valeurs de cisaillement au premier cycle et au cycle stabilisé et ADR un paramètre de calage.

La surface de charge cinématique est définie par les relations suivantes :

$$f_c = |\tau - \sigma_n R_c| + \sigma_n R_0 ,\ dR_c = \lambda H_c ,\ H_c = \gamma_c |R_{max} - R_c|^{\beta_c} \qquad (7), (8) \text{ et } (9)$$

$$\text{ou : } f_c = |\tau - \sigma_n R_c| \text{ et } dR_c = \gamma_c\left(R_{max} du_t^p - R_c\left|du_t^p\right|\right) \qquad (10) \text{ et } (11)$$

avec : R_c la fonction d'écrouissage cyclique, R_0 l'ouverture de la surface de charge par rapport à l'axe de référence qui est considérée nulle dans ce cas, H_c le module d'écrouissage et enfin γ_c et β_c deux paramètres contrôlant l'évolution de la surface de charge cinématique.

La règle d'écoulement permet de reproduire les phénomènes de contractance et de dilatance au cours d'un cycle et est définie par les relations suivantes :

- Pour la phase initiale de chargement : $\dfrac{\partial g}{\partial \sigma_n} = \left(M_g - \dfrac{|\tau|}{\sigma_n}\right) e^{-a_c u_{tc}^p}$

  (12)
- Pour les autres phases : $\dfrac{\partial g}{\partial \sigma_n} = \left(M_g - \dfrac{|\tau - \sigma_n R_c|}{\sigma_n}\right) e^{-a_c u_{tc}^p}$

  (13)
- Dans tous les cas : $\dfrac{\partial g}{\partial \tau} = \dfrac{\tau}{|\tau|}$

  (14)

avec : $M_g = \tan(\psi_c)$ l'angle de dilatance initiale à chaque séquence de chargement, u_{tc}^p le déplacement tangentiel plastique calculé depuis la dernière inversion de chargement, ψ_c et a_c deux paramètres du modèle.

2.3 Potentialités de la loi de comportement

Afin de bien identifier les potentialités de cette loi, différentes modélisations sur des chemins homogènes en déplacements et en contraintes ont été réalisées. La loi, implémentée dans le logiciel Flac3D (Itasca, 2002), permet d'observer :

- Sous contrainte imposée symétrique (figure 1), l'augmentation ou la diminution des déformations après le premier cycle.
- Sous contrainte imposée non symétrique (figure 2), le phénomène d'adaptation ou de rochet voire éventuellement d'accommodation qui est relativement complexe à modéliser et qui est contrôlé par le paramètre R_c.
- Sous déformation imposée symétrique (figure 3), les phénomènes de durcissement ou de radoucissement qui se traduisent respectivement par une augmentation et une diminution de la contrainte.
- Sous déformation imposée non symétrique (figure 4), le phénomène de relaxation de la contrainte moyenne qui est associé à celui de rochet.

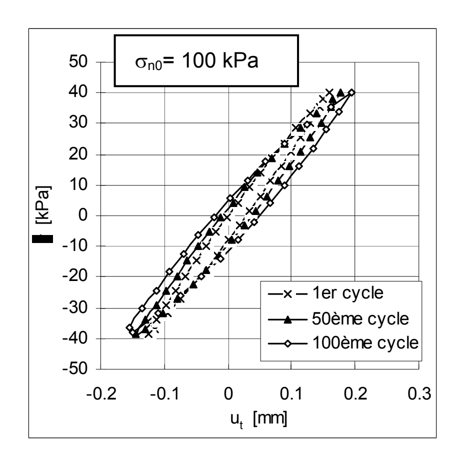


Figure 1. Contrainte imposée symétrique

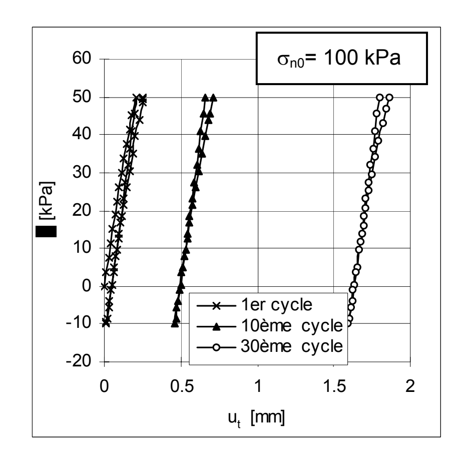


Figure 2. Contrainte imposée non symétrique – Rochet

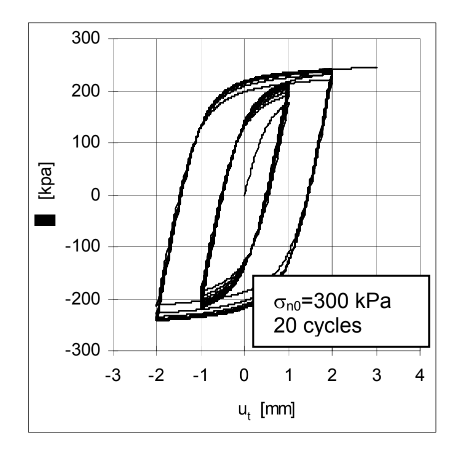


Figure 3. Déplacement imposée symétrique – Durcissement cyclique

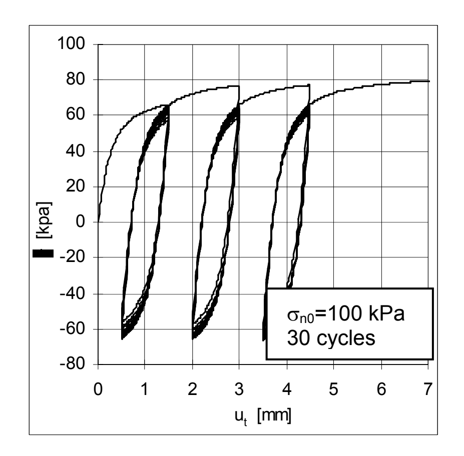


Figure 4. Déplacement imposée non symétrique – Relaxation

3. Présentation d'une méthode de « sauts de cycles »

3.1 Fondements théoriques

La méthode proposée consiste, à partir de la connaissance de l'état de contraintes et de déformations d'une structure au cycle n, de pouvoir déterminer son comportement au cycle n+Δn (avec Δn le nombre de cycles « sautés ») sans calculer

de manière explicite les états de contraintes et de déformations entre les deux cycles considérés. Entre les cycles n et n+Δn, l'ouvrage ne subit aucune variation globale de chargement mais des déformations plastiques s'accumulent. Il s'agit donc de résoudre le système mécanique suivant :

$$\mathrm{div}\sigma_{ij} = 0 \text{ sur } \Omega,\ \sigma_{ij} n_j = 0 \text{ sur } \Gamma_f \text{ et } u_i = 0 \text{ sur } \Gamma_u \quad (15)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{ij} = \boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^e + \boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^p \quad (16)$$

La résolution de ce système mécanique, dont le processus itératif a été contrôlé, consiste à appliquer des forces nodales de la forme :

$$\int_\Omega {}^t B_{ij} C_{ijkl} \Delta\varepsilon_{kl}^p d\Omega \quad (17)$$

Avec : B la matrice des dérivées des fonctions d'interpolation, C la matrice constitutive et $\Delta\varepsilon_{kp}^p$ les déformations plastiques entre les cycles n et n+Δn.

Ainsi pour passer du cycle n au cycle n+Δn, il faut être en mesure de pouvoir déterminer les déformations plastiques au cycle n+ Δn au moyen d'une extrapolation (Saï, 1993, Niemunis, 2005). Cette dernière peut reposer sur la méthode des moindres carrés. A partir des déformations plastiques calculées pour 3 cycles successifs, il s'agit de déterminer la fonction qui ajuste au mieux ces valeurs de déformations. Deux types de fonctions sont utilisés car il apparaît que les déformations tangentielles et normales plastiques n'ont pas les mêmes évolutions. En particulier, les valeurs des déformations normales plastiques, du fait des phénomènes de contractance et de dilatance, peuvent être négatives ou positives ce qui rend leur prévision plus complexe. Les fonctions choisies sont les suivantes :

- Pour les déformations tangentielles plastiques : $\varepsilon_t^p(n) = \beta n^\alpha$ (18)
- Pour les déformations normales plastiques : $\varepsilon_n^p(n) = \beta + \frac{\alpha}{n}$ (19)

L'estimation des déformations plastiques au cycle Δn+n est réalisée à partir d'un développement limité des fonctions trouvées :

$$\varepsilon^p(n+\Delta n) \approx \varepsilon^p(n) + \Delta n \varepsilon^{p\prime}(n) + \frac{\Delta n^2}{2} \varepsilon^{p\prime\prime}(n) \quad (20)$$

Le nombre de cycles « sautés » Δn est évalué en supposant la condition suivante :

$$\Delta n \varepsilon^{p\prime}(n) >> \frac{\Delta n^2}{2} \varepsilon^{p\prime\prime}(n) \text{soit } \Delta n >>= 2\rho \frac{\varepsilon^{p\prime}(n)}{\varepsilon^{p\prime\prime}(n)} \quad (21) \text{ et } (22)$$

Avec : ρ un facteur de précision pris égal en général à 0.2. Cette égalité traduit le fait que l'extrapolation est valable tant que la fonction déterminée est suffisamment linéaire par rapport au cycle n.

3.2 Cas d'un exemple académique

Cet exemple, relativement simple pour réaliser rapidement des calculs de plusieurs milliers de cycles, comprend une interface constituée de 4 points (2 en A et 2 en B – tableau I et figure 5). Les éléments massifs de part et d'autre de l'interface ont un comportement élastique (E=200 MPa , ν=0.3).

Différents calculs ont été réalisés (tableau II) : ils comprennent d'une part une phase de chargement monotone qui permet d'atteindre une certaine fraction de la charge ultime F_u déterminée pour un déplacement vertical u au niveau du point A de 1 cm et d'autre part un chargement cyclique d'amplitude ΔF (figures 6 et 7). Il s'agit de suivre en fonction des cycles n le déplacement horizontal u au niveau du point A. Le déplacement u_0 est celui calculé à l'issue du chargement monotone et Δu désigne l'augmentation du déplacement u au cours des cycles. Le calcul est réalisé avec le logiciel Flac3D.

La loi de comportement utilisée permet de reproduire quelques observations classiques. D'une part, à partir d'une charge donnée (figure 8), l'augmentation de l'amplitude de chargement cyclique induit une augmentation du déplacement u. D'autre part, pour deux chargements cycliques identiques (figure 9) appliqués à partir de deux charges initiales différentes, il apparaît que le déplacement u augmente plus rapidement en fonction du nombre de cycles pour le système initialement le plus chargé.

Tableau I. Propriétés de l'interface

k_n [kPa/m]	k_t [kPa/m]	φ [°]	ψ_c [°]	α_c	γ_c [kPa]	β_c	DR	ADR
22.10^3	8330	41	5	-0.03	10000	1.55	-0.1	-0.05

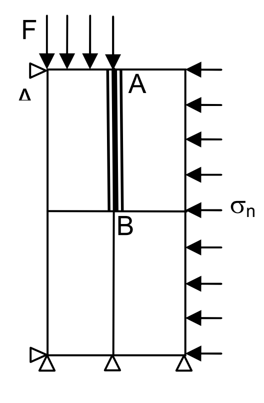


Figure 5. Exemple académique

Tableau II. Calculs réalisés

$\Delta F/F_u$ \ $\%F_u$	0.04 %	0.08 %
90 %	C1-1	C1-2
50 %	C1-3	___

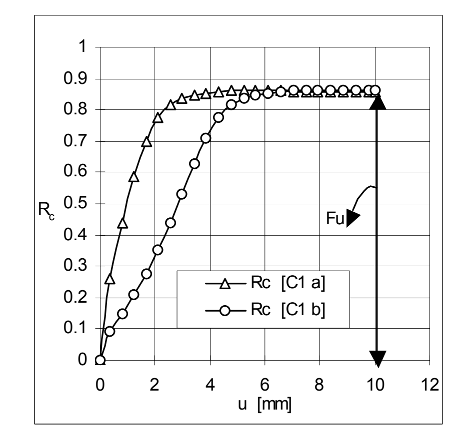


Figure 6. Définition du chargement limite F_u

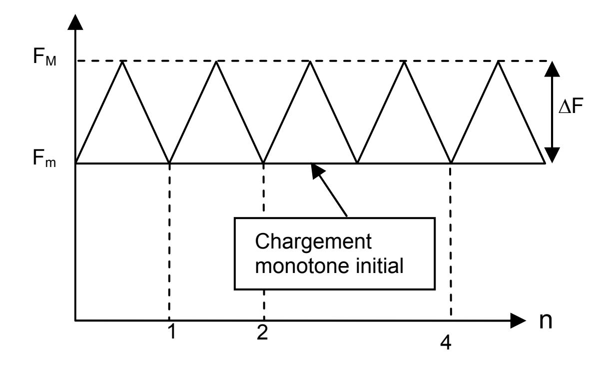


Figure 7. Type de chargement cyclique

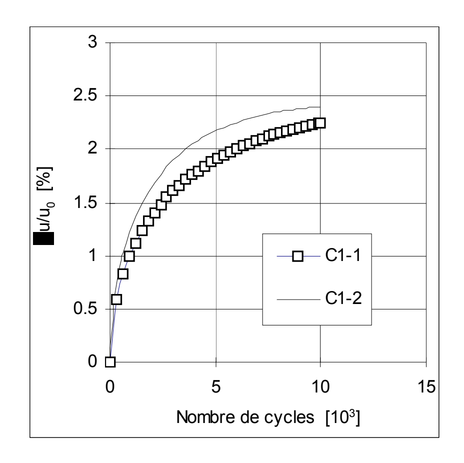


Figure 8. Comparaison du déplacement pour différentes amplitudes de chargement

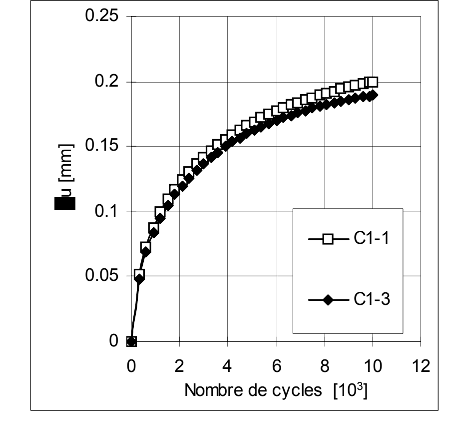


Figure 9. Comparaison du déplacement pour différents niveaux de chargements initiaux

La figure 10 propose, à partir du cycle 11, une comparaison entre le calcul mené cycle par cycle (C1-1) et le calcul effectué par la méthode de « sauts de cycles » (CS1-1). Les résultats sont très satisfaisants puisque le déplacement vertical u calculé au niveau du point A est quasiment identique pour les deux méthodes. La méthode de « sauts de cycles » permet en outre une économie conséquente du nombre de cycles calculés (tableau III).

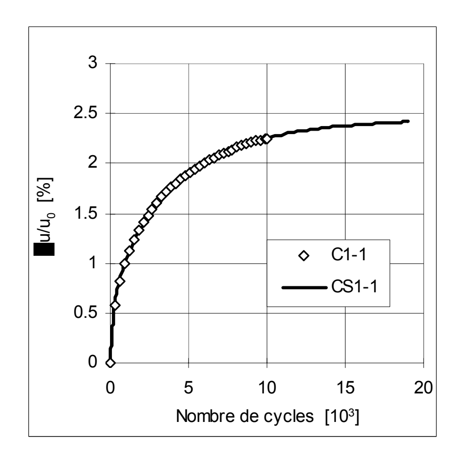


Figure 10. Comparaison entre la méthode cycle par cycle et la méthode de « sauts de cycles »

Tableau III. Nombre de cycles « sautés »

	CS1-1 – Statistiques sur le nombre de cycles « sautés »	
	Sur le nombre de cycles effectués avec la méthode cycle par cycle	Sur l'ensemble du calcul
NCT	10704	19550
NCC	83	119
NCS	10621	19431
Gain	99.2 %	99.4 %

NCT : Nombre de cycles total
NCC : Nombre de cycles calculés
NCS : Nombre de cycles « sautés »
Gain : NCS / NCT

3.3 Cas d'un pieu chargé axialement

Le cas proposé est relativement simple, il s'agit d'un pieu vertical présentant une longueur de 30 m et une section carré de 1 m^2 (figures 11 et 12). La charge sur le pieu F est verticale et est appliquée sous forme de contraintes. Les caractéristiques des différents matériaux sont présentées dans le tableau IV.

Comme précédemment, le calcul comprend deux phases : une première phase de chargement monotone qui permet d'atteindre une certaine fraction de la charge ultime F_u déterminée pour un déplacement du pieu de 10 cm et une seconde phase

de chargement cyclique d'amplitude ΔF (figure 13 et tableau V). Le calcul est réalisé avec le logiciel Flac3D. La loi de comportement permet de reproduire les mêmes tendances que pour l'exemple académique (figures 14 et 15).

La méthode de « sauts de cycles » a été testée à partir du cycle 10. Au cycle 200, les différences entre le calcul cycle par cycle (P1-2) et le calcul de « sauts de cycles » (PS1-2) sont relativement faibles de l'ordre de 5 % (figure 16). Le nombre de cycles « sautés » est bien élevé et les économies de temps de calcul sont bien réelles (tableau VI).

4. Conclusions

Dans cet article, une loi de comportement cyclique pour les interfaces ainsi qu'une méthode de « sauts de cycles » ont été proposées. La loi de comportement permet de modéliser les observations faites habituellement en laboratoire et fournit à l'échelle de l'ouvrage des résultats raisonnables. Des améliorations restent à apporter pour éviter les phénomènes de rochet systématiques dans le cas de chargement en contrainte imposée non symétrique. La méthode de « sauts de cycles » semble performante pour évaluer des augmentations de déplacements de faible ampleur (de l'ordre de quelques %) induits par le chargement cyclique. Dans le cas de trop grandes variations, la méthode d'extrapolation présente des imprécisions néanmoins acceptables et des améliorations doivent donc être apportées.

5. Références bibliographiques

Itasca Consulting Group, Manuel d'utilisation de Flac3D, 2002.

Lemaitre, J., et. Chaboche, J. L. (1985) Mécanique des matériaux solides: Dunod Paris.

Niemunis, A., Wichtmann, T., et Triantafyllidis, T. (2005) A high-cycle accumulation model for sand, Computers and Geotechnics, Vol. 32, No. 4, 245-263.

Shahrour, I. et Rezaie, F. (1997) "An elastoplastic constitutive relation for the soil-structure interface under cyclic loading," Computers and Geotechnics, Vol. 21, No. 1, pp 21-39.

Sai, K. (1993) Modèles à grand nombre de variables internes et méthodes numériques associées. Thèse – L'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris.

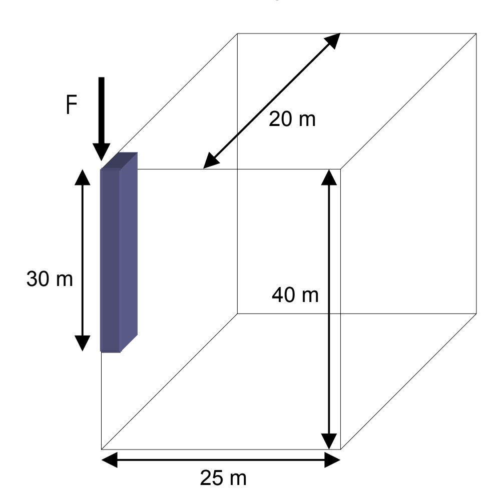


Figure 11. Caractéristiques géométriques du modèle

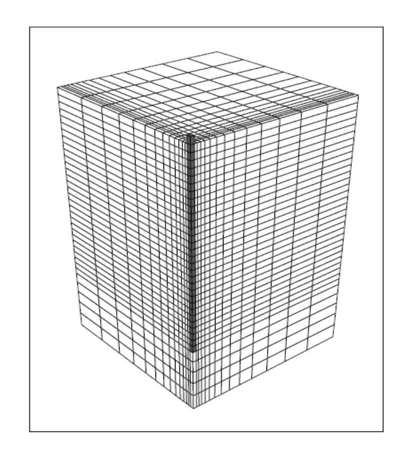


Figure 12. Maillage utilisé

Tableau IV. Propriétés du pieu et du sol en place

	Poids volumique [kN/m^3]	Module d'Young [kPa]	Coefficient de Poisson
Sol encaissant	20	20.10^3	1/3
Pieu	25	20.10^6	1/3

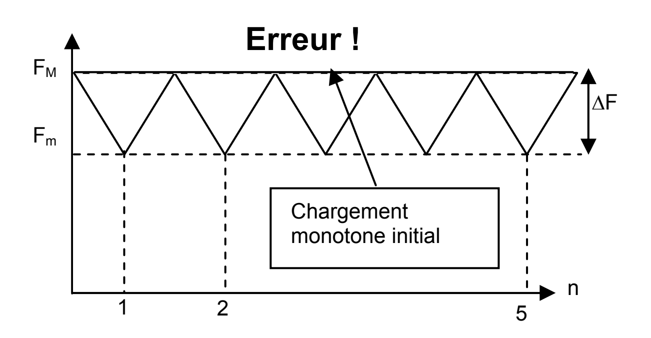


Figure 13. Chargement cyclique appliqué au pieu

Tableau V. Calculs réalisés

$\Delta F/F_u$ \ $\%F_u$	4.6 %	2.3 %
30 %	P1-1	P1-2
15 %	P1-3	___

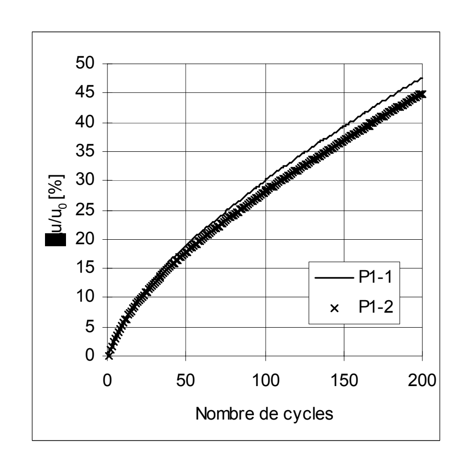


Figure 14. Comparaison du déplacement pour différentes amplitudes de chargement

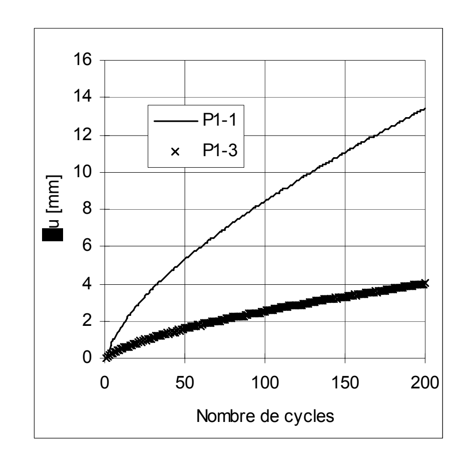


Figure 15. Comparaison du déplacement pour différents niveaux de chargements initial

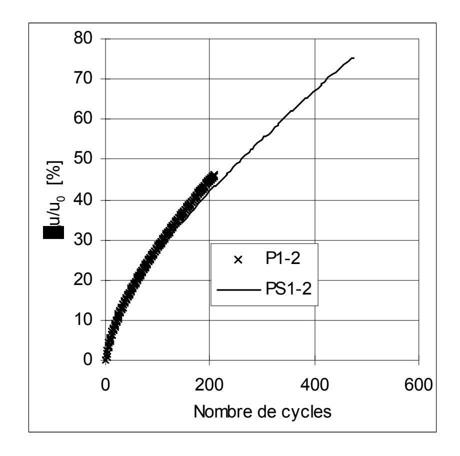


Figure 16. Comparaison entre la méthode cycle par cycle et la méthode de « sauts de cycles »

Tableau VI. Nombre de cycles « sautés »

	PS1-2 – Statistiques sur le nombre de cycles « sautés »	
	Sur le nombre de cycles effectués avec la méthode cycle par cycle	Sur l'ensemble du calcul
NCT	259	475
NCC	58	82
NCS	201	393
Gain	77.6 %	82.7%

NCT : Nombre de cycles total
NCC : Nombre de cycles calculés
NCS : Nombre de cycles « sautés »
Gain : NCS / NCT